Возможные решения

Задача №9-Е1. Бистабильная система

В нижней части направляющих конструкции найдем два числа (четное и нечетное), в бланк ответов запишем нечетное, которое служит для однозначной идентификации установки, на которой проводились измерения.

Для измерения требуемой силы F существует два способа. Можно использовать динамометр во всем диапазоне изменения y. Однако этот способ имеет недостатки. Из-за габаритов конструкции сложно обеспечить вертикальность приложенной силы; точность измерений зависит в том числе и от цены деления динамометра. Поэтому будем использовать бутылку, привязанную на нити. В бутылку с помощью шприца будем наливать известный объем воды и таким образом регулировать силу с большей точностью.

Величину $2y$ будем измерять линейкой, а соответствующую величину 2x можно либо измерять непосредственно, а можно вычислять по теореме Пифагора, предварительно измерив сторону ромба $a = 190$ мм. Следует обратить внимание, что пружина имеет начальное сжатие, и ее длина начинает увеличиваться только после превышения силой F определенного значения.

Заметим, что каждому значению силы F соответствует два положение равновесия – верхнее устойчивое и нижнее неустойчивое. Поэтому целесообразно для каждой массы бутылки с водой сразу измерять оба значения y – верхнее и нижнее.

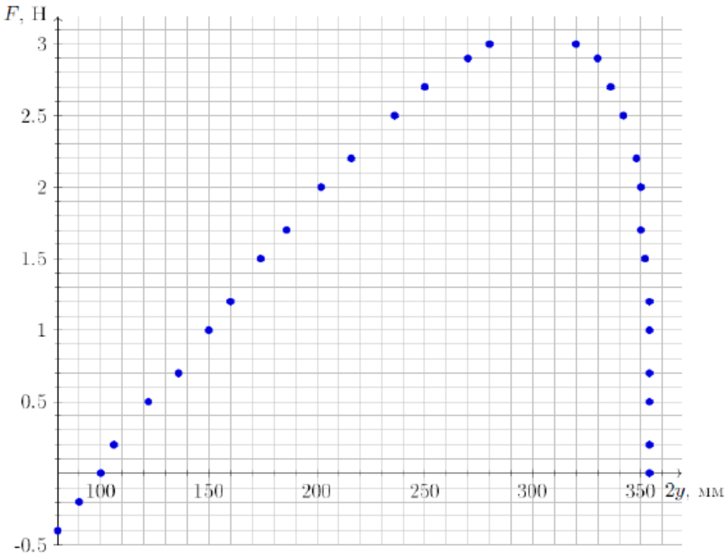
При измерениях ниже неустойчивого положения равновесия, которое реализуется при $F = 0$ и при $y < 50$ мм, направление силы F изменяется. Для удержания системы в положении равновесия силу F необходимо прикладывать вверх и измерять ее динамометром.

Снимем зависимость $F(y,x)$. Ниже приведена таблица измерений.

F, Н	$2y_{\text{В}}$, мм	$y_{\text{В}}$, мм	$x_{\text{В}}$, мм	$2y_{\text{Н}}$, мм	$y_{\text{Н}}$, мм	$x_{\text{Н}}$, мм
0	354	177	69	100	50	183
0,2	354	177	69	106	53	182
0,5	354	177	69	122	61	180
0,7	354	177	69	136	68	177
1,0	354	177	69	150	75	174
1,2	354	177	69	160	80	172
1,5	352	176	72	174	87	168
1,7	350	175	74	186	98	162
2,0	350	175	74	202	101	160
2,2	348	174	76	216	108	156
2,5	342	171	83	236	118	149

F, Н	$2y_В$, мм	$y_В$, мм	$x_В$, мм	$2y_Н$, мм	$y_Н$, мм	$x_Н$, мм
2,7	336	168	88	250	125	143
2,9	330	165	94	270	135	134
3,0	320	160	102	280	140	128
-0,2				90	45	185
-0,4				80	40	186

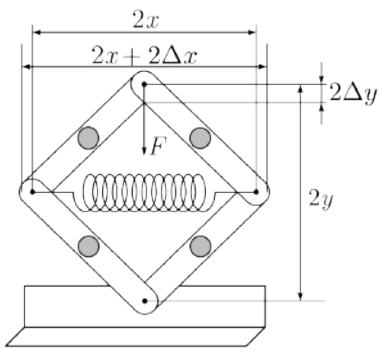
На рисунке представлен график зависимости, построенной по результатам проведенных измерений.



Существует два равноценных метода вычисления силы F: через статическое равновесие и через метод виртуальных перемещений. Воспользуемся последним.

Если вертикальная диагональ ромба уменьшится на величину $2\Delta y$, то центр масс системы опустится на величину Δy, а горизонтальная диагональ ромба (дополнительное растяжение пружины) увеличится на $2\Delta x$.

При незначительном отклонении системы от положения равновесия суммарная работа всех внешних сил равна нулю:



$$F \cdot 2\Delta y + mg \cdot \Delta y - k\,(2x - l_0) \cdot 2\Delta x = 0 \tag{1}$$

Пусть сторона ромба равна

$$x^2 + y^2 = a^2, \tag{2}$$

тогда

$$(x + \Delta x)^2 + (y - \Delta y)^2 = a^2. \tag{3}$$

Раскрывая скобки, вычитая (2) из (3) и пренебрегая слагаемыми второго порядка малости получим, что

$$\frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{y}{x}. \tag{4}$$

С учетом (4) выражение (1) приобретает вид

$$F = \frac{k\,(2x - l_0)\,y}{x} - \frac{mg}{2} \tag{5}$$

и представляет собой теоретическую зависимость силы F, обеспечивающую равновесное состояние системы, от величин y и x.

Для вычисления l_0 используем две пары значений $(y_{\text{в}}, x_{\text{в}})$ и $(y_{\text{н}}, x_{\text{н}})$, которые получены для верхнего и нижнего равновесия при одной и той же силе F. Сила F должна быть достаточной для того, чтобы пружина начала удлиняться.

Согласно (5)

$$F = \frac{k\,(2x_{\text{в}} - l_0)\,y_{\text{в}}}{x_{\text{в}}} - \frac{m_0 g}{2} = \frac{k\,(2x_{\text{н}} - l_0)\,y_{\text{н}}}{x_{\text{н}}} - \frac{mg}{2},$$

откуда $l_0 = 2(y_{\text{в}} - y_{\text{н}}) \Big/ \left(\dfrac{y_{\text{в}}}{x_{\text{в}}} - \dfrac{y_{\text{н}}}{x_{\text{н}}}\right)$.

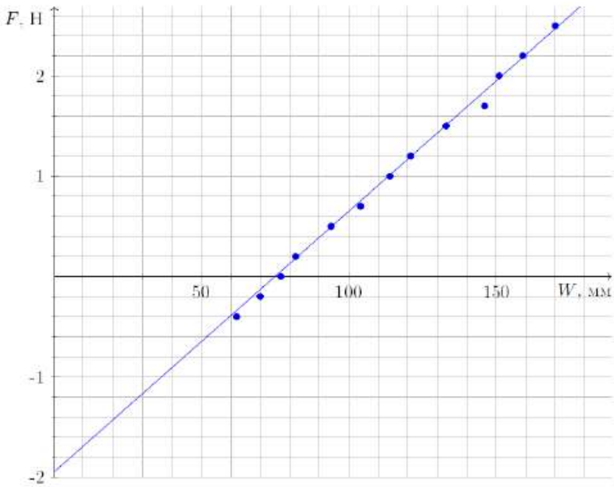
Для расчета используем значения $y_{\text{в}} = 174$ мм, $y_{\text{н}} = 108$ мм, $x_{\text{в}} = 76$ мм, $x_{\text{н}} = 156$ мм, соответствующие $F = 2{,}2$ Н, и получим $l_0 = 83$ мм. Такое же значение получается, если для расчетов взять другую пару y и x.

Преобразуем выражение (5), получим $F = k \cdot W - \dfrac{mg}{2}$. Функция $F(W)$ является линейной.

Дополним таблицу измерений столбцом значений W, рассчитанных для нижнего положения равновесия, так как только в этом случае пружина остается растянутой во всем диапазоне измерений.

F,Н	$y_{н}$, мм	$x_{н}$, мм	W, мм
0	50	183	77
0,2	53	182	82
0,5	61	180	94
0,7	68	177	104
1,0	75	174	114
1,2	80	172	121
1,5	87	168	133
1,7	98	162	146
2,0	101	160	151
2,2	108	156	159
2,5	118	149	170
2,7	125	143	
2,9	135	134	
3,0	140	128	
-0,2	45	185	
-0,4	40	186	

Построим график зависимости $F(W)$.



По угловому коэффициенту прямой находим $k = 26$ Н/м, а по пересечению с осью ординат $m = 390$ г.

Задача №9-Е2. Терморезистор

Запишем температуру в аудитории $T_0 = 22\ ^\circ\mathrm{C}$.

Поворотом ручки регулировки включим адаптер. Вращая ручку, убедимся, что диапазон напряжения работы адаптера от 3,90 В до 12,0 В.

Так как в условии сказано, что при изменении питания терморезистор приходит к стационарному режиму за время порядка двух минут, то после подключения терморезистора в цепь во время снятия измерений разрывать цепь нельзя, это с одной стороны. С другой стороны нас просят снять зависимость напряжения от силы тока, а измерительный прибор, т.е. мультиметр у нас один. Поэтому измерять напряжение на терморезисторе мы будем мультиметром в режиме вольтметра непосредственно с терморезистора, а для получения силы тока, будем измерять напряжение на известном сопротивлении и вычислять силу тока. Рассмотрим различные варианты подключения терморезистора в цепь:

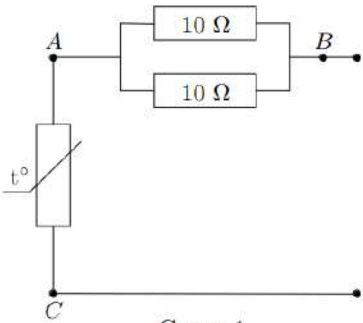


Схема 1.

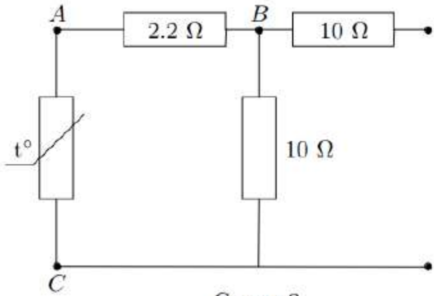


Схема 3.

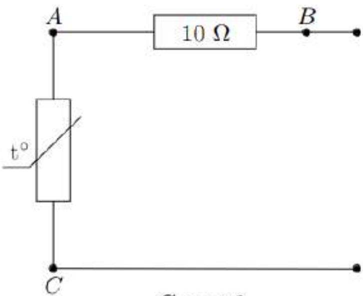


Схема 2.

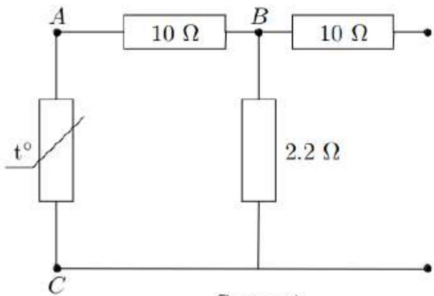


Схема 4.

Самая простая это схема 2, но в условии просят не превышать тепловую мощность тока выше 50 % максимальной мощности, это означает, что через резистор с сопротивлением 10 Ом не должен протекать ток, сила которого больше

$I_{2\max} = \sqrt{\dfrac{0.5P_{\max}}{R}} \approx 0{,}71$ А. Такой ток не достаточен для получения искомой зависимости. Схема 1 позволяет пропускать через терморезистор ток до 1 А, не превышая предельной тепловой мощности на резисторах. Минимальный ток, возможный при таком подключении определяется минимальным напряжением, который может выдать регулируемый адаптер. Проводим измерения и записываем в таблицу. Следим за показаниями мультиметра. Когда напряжение перестает изменяться, записываем показания.

Так как для каждой точки необходимо ожидать около 2-х минут, не теряем время, вычисляем силу тока, сопротивление и мощность. Для получения силы тока, текущего через терморезистор, воспользуемся законом Ома $I_{\text{тр}} = \dfrac{U_{AB}}{5\ \text{Ом}}$.

Для измерения точек с меньшим током воспользуемся схемой 2, тогда $I_{\text{тр}} = \dfrac{U_{AB}}{10\ \text{Ом}}$. Максимальное значение напряжения выставляем чуть меньше удвоенного напряжения последней точки в схеме 1, что будет соответствовать чуть меньшему току предыдущей схемы.

Последняя точка во второй схеме опять ограничивается минимальным напряжением адаптера. Собираем схему 3, которая представляет собой делитель напряжения. Регулируем адаптер так, чтобы напряжение на резисторе 2,2 Ом было чуть меньше напряжения последней точки схемы 2, умноженного на коэффициент $\dfrac{2{,}2}{10}$.

Для получения токов наименьшего значения собираем схему 4. Регулируем адаптер так, чтобы напряжение на резисторе 10 Ом было чуть меньше напряжения последней точки схемы 3, умноженного на коэффициент $\dfrac{10}{2{,}2}$.

Таблица экспериментальных и расчётных данных:

Схема	R_{AB}, Ом	U_{AC}, В	U_{AB}, В	I_{tr}, А	R_{tr}, Ом	N_{tr}, Вт	T_{tr},°C
1	5	1,12	5,03	1,006	1,11	1,127	166
1	5	1,14	4,65	0,930	1,23	1,060	158
1	5	1,18	3,99	0,798	1,48	0,942	143
1	5	1,22	3,54	0,708	1,72	0,864	133
1	5	1,28	3,01	0,602	2,13	0,771	121
1	5	1,32	2,57	0,514	2,57	0,678	110
2	10	1,37	4,52	0,452	3,03	0,619	102
2	10	1,40	3,84	0,384	3,65	0,538	92
2	10	1,41	3,59	0,359	3,93	0,506	88
2	10	1,44	3,00	0,300	4,80	0,432	79
2	10	1,42	2,24	0,224	6,34	0,318	65

Схема	R_{AB}, Ом	U_{AC}, В	U_{AB}, В	I_{tr}, А	R_{tr}, Ом	N_{tr}, Вт	T_{tr},°C
3	2,2	1,48	0,529	0,240	6,16	0,356	69
3	2,2	1,45	0,394	0,179	8,10	0,260	57
3	2,2	1,35	0,283	0,129	10,5	0,174	47
3	2,2	1,20	0,193	0,088	13,7	0,105	38
4	10	0,90	0,511	0,051	17,6	0,0460	31
4	10	0,80	0,433	0,043	18,5	0,0346	29
4	10	0,41	0,200	0,020	20,5	0,0082	26

Так как в условии задачи предложили считать коэффициент теплоотдачи постоянным применим закон Ньютона–Рихмана:

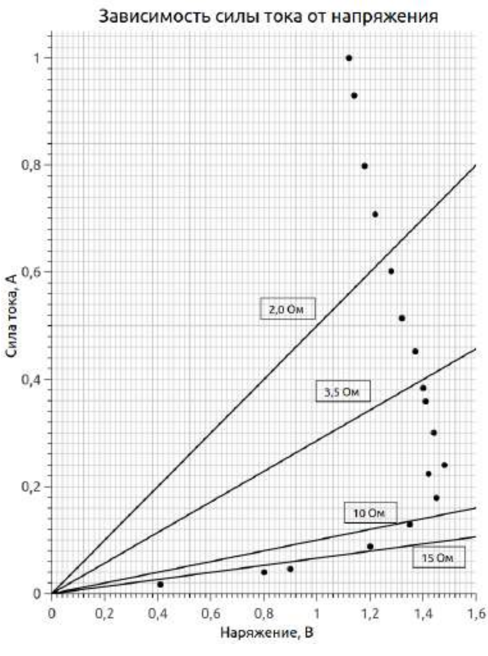
$$P_{95} = \alpha(95°\text{C} - 22°\text{C}).$$

С другой стороны, рассеиваемая мощность равна

$$P_{95} = I_{3,5}U_{3,5} = 0{,}40\ \text{А}\cdot 1{,}4\ \text{В} = 0{,}56\ \text{Вт},$$

где $I_{3,5}$, $U_{3,5}$ – ток и напряжение в точке пересечения ВАХ резистора 3,5 Ом и найденной зависимости, откуда коэффициент теплоотдачи:

$$\alpha = 0{,}0077\ \frac{\text{Вт}}{°\text{C}}.$$



Найдем точки пересечения ВАХ резисторов с номиналами 2 Ом, 10 Ом и 15 Ом с исследуемой зависимостью и получим соответствующие значения тока и напряжения. Их произведение равно мощности, зная коэффициент теплоотдачи и тепловой мощности определим соответствующие температуры:

$$T_{15} = 32°\text{C}, \quad T_{10} = 54°\text{C}, \quad T_2 = 126°\text{C}.$$